**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL CARMEN**
**ESCUELA PREPARATORIA DIURNA**
**CAMPUS II**
**ACADEMIA DE MATEMÁTICAS**

# CUADERNO DE TRABAJO

CURSO AL QUE PERTENECE: **MATEMÁTICAS I**

# "CURSO PROPEDÉUTICO 2014"

Ciclo Escolar: Agosto – Diciembre 2014

**Recopilado y presentado por:**


Álvarez Montejo Azucena América (aalvarez@pampano.unacar.mx)

Bolívar González Guadalupe del Socorro (gbolivar@pampano.unacar.mx)

Cantarell Evia Daniel

González Sáenz Carmen Alberto (cgonzalez@pampano.unacar.mx)

Hernández García Carlos (chernandez@pampano.unacar.mx)

Rodríguez Cámara Trinidad del Carmen (trodriguez@pampano.unacar.mx)

Ruiz Gamboa Kenninseb (kruiz@pampano.unacar.mx)

Oliver Heredia José Enrique (jolh_83otmail.com)


**Nombre del alumno:** ______________________________________________

**1°Semestre     Grupo:_____**

**INDICE**

| Temas, actividades y ejercicios | Pág. |
|---|---|

# MATERIAL QUE DEBE LLEVAR AL CURSO PROPEDÉUTICO EL ALUMNO:

1) LÁPIZ.

2) SACAPUNTAS

3) BORRADOR

4) BOLÍGRAFO

5) 10 HOJAS EN BLANCO

6) COLORES

6) TIJERA

7) IMPRESA Y ENGARGOLADO EL CUADERNO DE TRABAJO

"CURSO PROPEDÉUTICO 2014"

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL CARMEN

ACADEMIA DE MATEMÁTICAS

CURSO PROPEDÉUTICO 2014

**Actividad 1.** Consulta los siguientes link y elabora un mapa conceptual sobre la clasificación de números reales.

**Videos auxiliares**

- Educación a distancia

http://www.youtube.com/watch?v=EKNI09evFBs

- Otro video

http://www.youtube.com/watch?v=ZhDcvR-eFAE

**Liga de lectura**

http://www.ditutor.com/numeros_naturales/clasificacion_numeros.html

## MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD)

Máximo Común Divisor de dos o más números es el mayor número que los divide a todos exactamente.

Para calcular el MCD de dos o más números se descomponen simultáneamente en sus factores primos, hasta que ya no tengan un divisor primo en común. Cuando los números sólo tienen a la unidad como común divisor, los números reciben el nombre de "primos relativos".

**Actividad 2.**Resuelve el siguiente ejercicio utilizando, hoja tamaño carta, lápiz y regla graduada.

En un restaurante se elaboran dos pasteles de 12 y 15 centímetros de longitud. Se quieren hacer trozos iguales y tan grandes como sea posible. ¿Cuál será la longitud de cada trozo? Argumenta tu respuesta.

**Respuesta:**

**Ejemplo.**

**Encuentra el máximo común divisor de 18 y 24.**

Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9 y 18

Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

Los divisores comunes son: 1, 2, 3 y 6, el mayor de los divisores en común es el 6, p*or tanto, el máximo común divisor de 18 y 24 es 6.*

**Ejemplo:**

**Encuentra el máximo común divisor de 48, 36 y 60.**

Solución: Se descomponen simultáneamente en factores primos.

4, 3 y 5, no tienen divisores primos en común, los números primos obtenidos se multiplican y el producto es el resultado.

$$\begin{array}{rrr|l} 48 & 36 & 60 & 2 \\ \hline 24 & 18 & 30 & 2 \\ 12 & 9 & 15 & 3 \\ 4 & 3 & 5 & \end{array}$$

**2 · 2 · 3 = 12**Por consiguiente, el máximo común divisor de 48, 36 y 6 es 12.

**Ejercicio 1:** Calcula el MCD de los siguientes números enteros.

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

1) 108 y 72      2) 270 y 900      3) 243 y 125

4) Se tienen dos varillas de 24 y 36 metros de longitud respectivamente, y se tienen que cortar en trozos iguales de máxima longitud para facilitar su transporte. ¿De qué longitud deben ser los trozos?

5) Se tienen dos hojas de lámina; una tiene un área de 36 $cm^2$ y la otra de 48 $cm^2$. Se van a cortar en piezas de igual superficie sin desperdiciar material. ¿Cuál será el área máxima de las piezas? Y ¿cuántas piezas son?

6) Se tienen tres recipientes de bebida en los que hay 184 litros, 253 litros y 345 litros, respectivamente. Se requiere envasar el contenido de los tres recipientes. ¿Cuál será la mayor capacidad en litros de los envases, de forma que no sobre ningún litro?.

## MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (MCM).

Mínimo Común Múltiplo de dos o más números es el menor número que contiene un número exacto de veces a cada uno de ellos.

Para calcular el MCM de varios números se descomponen simultáneamente en factores primos hasta que los cocientes sean 1, si alguno de los números no es divisible entre el factor dado, se baja y se continúa hasta encontrar el factor primo que lo divida.

El mínimo común múltiplo es el menor de todos los múltiplos comunes de 2 o más números.

**Resuelve el siguiente problema.**

**Actividad 3.**

Hallar el menor número de bombones necesario para repartir entre tres clases de 20 alumnos, 25 alumnos o 30 alumnos, de modo que cada alumno reciba un número exacto de bombones y ¿cuántos bombones recibirá cada alumno de la primera clase, de la segunda o de la tercera clase? y en total ¿cuántos bombones se necesitara para los tres grupos? Argumenta tu respuesta.

**Respuesta:**

**Ejemplo:**

**1.- Determina el mcm [28,42].**
Solución:

| | | |
|---|---|---|
| 28 | 42 | 2 |
| 14 | 21 | 2 |
| 7 | 21 | 3 |
| 7 | 7 | 7 |
| 1 | 1 | |

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$
Por consiguiente, el mcm [28,42] es 84

**2.- Calcula el mínimo común múltiplo de 36, 48 y 60.**
Solución:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 36 | 48 | 60 | 2 |
| 18 | 24 | 30 | 2 |
| 9 | 12 | 15 | 2 |
| 9 | 6 | 15 | 2 |
| 9 | 3 | 15 | 3 |
| 3 | 1 | 5 | 3 |
| 1 | 1 | 5 | 5 |
| 1 | 1 | 1 | |

Se descomponen simultáneamente en factores primos y los números primos que resultan se multiplican.

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 720$

Entonces el mcm de 36, 48 y 60 es 720

**Ejercicio 2. Calcula el MCM de los siguientes números enteros.**

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

1) 108 y 72 2) 18 y 45

3) 36, 20 y 90

4) 28, 35 y 63

5) Se requiere dos tanques iguales con una capacidad mínima en litros en la que se pueda vaciar un número exacto de recipientes de 8 y 12 litros respectivamente. ¿Cuál es la capacidad de ambos tanques?

6) En una fábrica se elaboran clavos de las siguientes medidas 36, 54 y 72 mm respectivamente. ¿De qué longitud mínima se deben cortar los tramos de varilla para elaborar clavos de las tres medidas sin que se desperdicie material?

7) Una piscina se llena mediante tres tuberías diferentes. La primera tubería aboca 34 litros por minuto; la segunda, 18 litros por minuto, y la tercera, 12 litros por minuto. El mecanismo es tal que desde una sola tubería puede llenar la piscina en un número exacto de minutos. ¿Cuál será la menor capacidad que puede tener la piscina en litros?

## SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Simplificar una fracción es convertirla en otra fracción equivalente cuyos términos sean menores.

**Ejemplo.** El alumno analiza la fracción para buscar su solución y la argumenta.

Hallar el numerador de una fracción equivalente a la fracción 6/15, si su denominador es 10.

**Respuesta:**

**Regla:** Para simplificar una fracción se dividen sus dos términos sucesivamente por los factores comunes que tengan.

**Ejemplo.**

**Reducir a su más simple expresión** $\frac{1350^{(10}}{2550} = \frac{135^{(3}}{255} = \frac{45^{(5}}{85} = \frac{9}{17}$

Primero dividimos 1350 y 2550 por su factor común 10 y obtenemos 135 y 255; dividimos 135 y 255 por su factor común 3 y obtenemos 45 y 85; dividimos 45 y 85 por su factor común 5 y obtenemos 9 y 17. Como 9 y 17 son primos entre sí, la fracción $\frac{9}{17}$ es irreducible y es equivalente a $\frac{1350}{2550}$ porque no hemos hecho más que dividir los dos términos de cada fracción por el mismo número con lo cual el valor de la fracción no se altera.

**Ejercicio 3.** Reducir a su más simple expresión las siguientes fracciones.

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

1) $\frac{28}{36}=$ 2) $\frac{54}{96}=$ 3) $\frac{72}{144}=$

4) $\frac{306}{1452}$=

5) $\frac{72}{324}$=

6) $\frac{260}{286}$=

7) Calcular el numerador de una fracción cuyo denominador es 14 y es equivalente a la fracción 3/21.

8) ¿Cuál es el numerador de la fracción cuyo denominador es 15 y es equivalente a 27/45?

9) Hallar el denominador de una fracción cuyo numerador es 3 y es equivalente a la fracción 6/22.

## FRACCIONES O QUEBRADOS

Una fracción o quebrado es una división de dos números enteros ***a*** *y* ***b*,** siendo ***b***diferente de cero. La expresión de analítica de una fracción o quebrado es de la forma $\frac{a}{b}$, en donde ***a***recibe el nombre de numerador y ***b*** el de denominador. Esta expresión se le conoce como **fracción común**.

En una fracción común el denominador indica el número de partes iguales en que se divide la unidad y el numerador indica el número de partes que se toma de la unidad.

$$\frac{a}{b} \to \frac{numerador}{denominador} \to \frac{numero\ de\ partes\ que\ se\ toma\ de\ la\ unidad}{numero\ de\ partes\ en\ que\ se\ divide\ la\ unidad}$$

**Ejemplo.** Realiza lo que a continuación se te solicita.

**1.-** La fracción $\frac{3}{4}$, indica que la unidad se divide en 4 partes iguales, de las cuales se toman únicamente 3, la representación gráfica de esta fracción es:

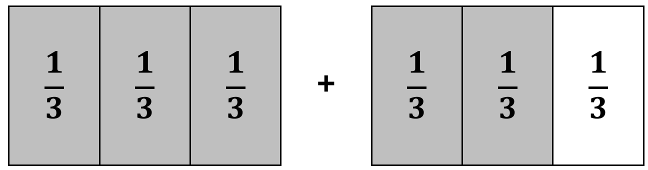
$\mathbf{\frac{3}{4}} =$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\mathbf{\frac{1}{4}}$ | $\mathbf{\frac{1}{4}}$ | $\mathbf{\frac{1}{4}}$ | $\mathbf{\frac{1}{4}}$ |

La parte sombreada de la figura representa al numerador.

**2.-** La fracción $\frac{5}{3}$, indica que la unidad se divide en 3 partes iguales, de las cuales se deben tomar 5, lo cual no es posible. Por lo tanto, se toman 2 unidades y se dividen en 3 partes iguales cada una, de la primera unidad se toman las 3 partes y de la segunda únicamente 2 para completar las 5 partes indicadas en el numerador.

$\frac{5}{3} =$



Otra manera de representar la fracción $\frac{5}{3}$ es con un número formado por una parte entera y una parte fraccionaria $1\frac{52}{3}$, este tipo de fracciones reciben el nombre de **mixtas.**

**Propiedades.**

✓ **El valor de una fracción no se altera al multiplicar su numerador y denominador por un mismo número.**

**Ejemplo**: Al multiplicar por 2 al numerador y denominador de la fracción $\frac{6}{7}$, se obtiene una fracción equivalente:

$$\frac{6}{7} = \frac{6 * 2}{7 * 2} = \frac{12}{14}$$

✓ **El valor de una fracción no se altera cuando al numerador y denominador se les divide entre el mismo número. A este procedimiento se le conoce como “simplificación de una fracción”.**

**Ejemplo**: Simplifica la fracción $\frac{12}{14}$.

Para simplificar la fracción $\frac{12}{14}$, se debe dividir al numerador y denominador entre 2 que es el máximo común divisor de 12 y 14:

$\frac{12}{14} = \frac{12 \div 2}{14 \div 2} = \frac{6}{7}$Por tanto, $\frac{12}{14} = \frac{6}{7}$

- ✓ **El valor de una fracción no se altera cuando el numerador y denominador se descomponen en números primos.**

**Ejemplo**: Simplifica la fracción $\frac{10}{8}$.

Para simplificar la fracción $\frac{10}{8}$, se deben buscar los números primos tanto del numerador y denominador:

$\frac{10}{8} = \frac{2*5}{2*2*2} = \frac{5}{2*2} = \frac{5}{4}$Por tanto, $\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

**Ejercicio 4.** Realiza lo que a continuación se te solicita.

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

**Representa gráficamente las siguientes fracciones.**

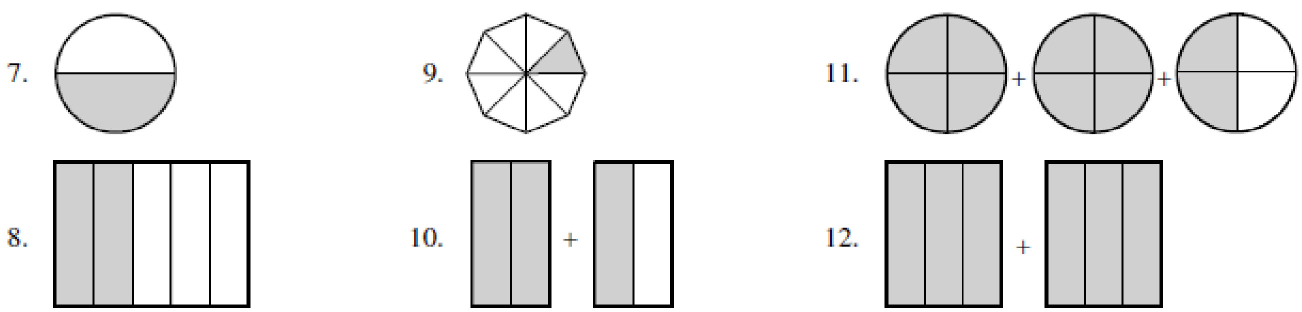
1) $\frac{3}{8}$

2) $\frac{1}{4}$

3) $\frac{3}{5}$

4) $\frac{7}{6}$

**Indica la fracción que representa la parte sombreada de las figuras.**




**Respuestas.**

7) ____________________ 8) ____________________ 9) ____________________

10) ____________________ 11) ____________________ 12) ____________________

**Resuelve los siguientes problemas y argumenta su respuesta.**

1. Una caja tiene 9 pelotas verdes y 5 azules, ¿qué porción de las pelotas que hay en la caja son azules?

2. En una caja hay 40 listones rojos y 60 de color amarillo, ¿qué fracción del total de éstos representan los listones rojos y los amarillos?

3. Un obrero trabaja diariamente jornadas de 8 horas, ¿qué fracción del día ocupa para realizar sus otras actividades?

## CLASIFICACIÓN DE FRACCIONES

**Fracciones propias:**Son aquellas que tienen el numerador menor que el denominador.

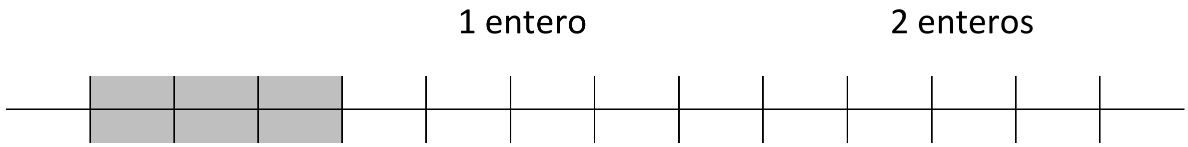
EJEMPLO

**1.-** Las fracciones $\frac{3}{8}, \frac{5}{6}, -\frac{3}{4}, \frac{8}{21}, \frac{1}{3}$ tienen el numerador menor que el denominador, por lo tanto, son propias y su representación gráfica es menor que la unidad o figura completa.

$\frac{3}{5} =$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ |

En la recta numérica el $\frac{3}{5}$ su posición será:




$0\ \frac{1}{5}\ \frac{2}{5}\ \frac{3}{5}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{5}\ \frac{6}{5}\ \frac{7}{5}\ \frac{8}{5}\ \frac{9}{5}\ \frac{10}{5}\ \frac{11}{5}\ \frac{12}{5}$

$$\begin{array}{r|l} & \mathbf{0.6} \\ \hline \mathbf{5} & \mathbf{3}0 \\ & \underline{-30} \\ & \quad 0 \end{array}$$

Si los resolvemos en una división (la de la casita), quedaría en numerador (dividendo) dentro y el denominador (divisor) afuera.

**Fracciones impropias:** Son aquellas cuyo numerador es mayor o igual que el denominador.

**Ejemplo.**

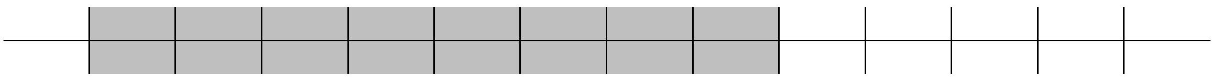
**1.-** Las fracciones $\frac{8}{3}, \frac{6}{5}, -\frac{4}{3}, \frac{21}{8}, \frac{3}{1}$ son impropias, ya que el numerador es mayor que el denominador.

Si tomamos la fracción $\frac{8}{3}$ y la representamos gráficamente es mayor que la unidad o figura completa:

$$\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}} = \boxed{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}} + \boxed{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}} + \boxed{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}}$$

En la recta numérica el $\frac{8}{3}$ su posición será:

1 entero 2 enteros 3 enteros 4



0 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{9}{3}$ $\frac{10}{3}$ $\frac{11}{3}$ $\frac{12}{3}$

$$\begin{array}{r|l} & \mathbf{2.6} \\ \hline \mathbf{3} & \mathbf{8}\,0 \\ & -6 \\ \hline & \;20 \\ & -18 \\ \hline & \;\;\;2 \end{array}$$

Si los resolvemos en una división (la de la casita), quedaría en numerador (dividendo) dentro y el denominador (divisor) afuera.

**Ejercicio 5.** Identifica las fracciones propias y las impropias. Y posteriormente, represéntalas en forma gráfica, recta numérica, y división tradicional (la de la casita).

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

1) $\frac{7}{8}$

4) $\frac{12}{16}$

7) $\frac{16}{9}$

2) $\frac{8}{6}$

5) $\frac{5}{5}$

8) $\frac{2}{15}$

3) $\frac{9}{12}$

6) $\frac{9}{24}$

**Fracciones mixtas.** Son aquellas formadas por una parte entera y una parte fraccionaria.

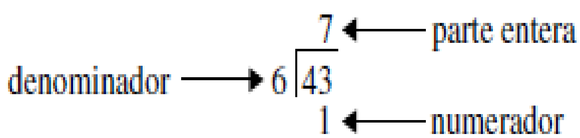
**Ejemplo.** Las fracciones: $2\frac{1}{3}, 5\ \frac{3}{4}, 3\frac{2}{3}$ son ejemplos de fracciones mixtas.

## CONVERSIONES

Para realizar la conversión de una fracción impropia a mixta se efectúa la división del numerador entre el denominador, el cociente es la parte entera, el residuo es el numerador de la fracción y el divisor es el denominador.

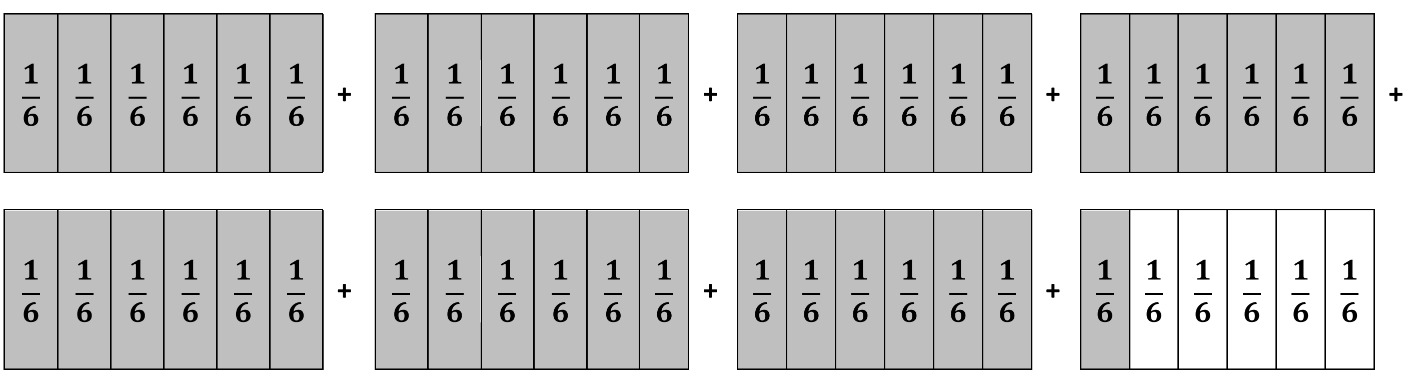
**Ejemplo.** Convierte a fracción mixta $\frac{43}{6}$.

Para realizar la conversión, es necesario efectuar la división (la de la casita):




Por lo tanto, la fracción $\frac{43}{6}$ en forma mixta es $7\ \frac{1}{6}$.

Si tomamos la fracción $\frac{43}{6} = 7\frac{1}{6}$ y la representamos gráficamente es mayor que la unidad o figura completa:



En su forma decimal se representaría:

$$
\begin{array}{r|l}
 & \mathbf{7.16} \\
\hline
\mathbf{6} & \mathbf{43} \\
 & -42 \\
\cline{2-2}
 & \ \ 10 \\
 & \ \ -6 \\
\cline{2-2}
 & \ \ \ \ 4\,0 \\
 & \ \ -36 \\
\cline{2-2}
 & \ \ \ \ \ 4
\end{array}
$$

Por lo tanto, la fracción $\frac{43}{6} = 7.16$

**Ejercicio 6.** Convierte las siguientes fracciones impropias a fracciones mixtas. Y posteriormente, represéntalas en forma gráfica, recta numérica, y división tradicional (la de la casita).

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

1.- $\frac{4}{3}$ 2.- $\frac{7}{5}$ 3.-$\frac{3}{2}$ 4.- $\frac{13}{4}$ 5.-$\frac{12}{3}$

6.- $\frac{41}{6}$ 7.-$\frac{18}{3}$ 8.- $\frac{27}{7}$ 9.- $\frac{36}{13}$ 10.-$\frac{28}{13}$

## CONVERTIR UNA FRACCIÓN MIXTA A UNA IMPROPIA

Para convertir una fracción mixta a impropia se multiplica la parte entera de la fracción mixta por el denominador de la parte fraccionaria y al producto se le suma el numerador.

**Ejemplo.**

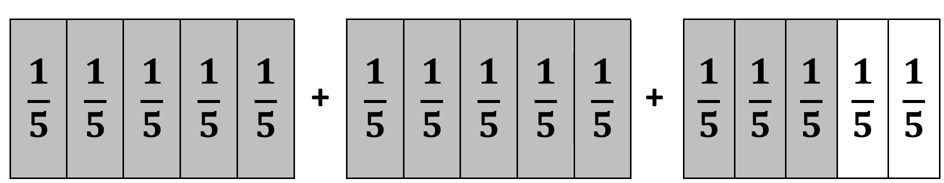
**1.-Convierte a fracción impropia**$2\frac{3}{5}$.

Al aplicar el procedimiento anterior se obtiene: $2\frac{3}{5} = \frac{(2*5)+3}{5} = \frac{10+3}{5} = \frac{13}{5}$

Por consiguiente: $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$

Si tomamos la fracción $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$ y la representamos gráficamente es mayor que la unidad o figura completa:

$2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$



**2.-Convierte a fracción impropia** $1\frac{7}{9}$.

Al aplicar el procedimiento anterior se obtiene: $1\frac{7}{9} = \frac{(1*9)+7}{9} = \frac{9+7}{9} = \frac{16}{9}$

Por consiguiente: $1\frac{7}{9} = \frac{16}{9}$

Si tomamos la fracción $1\frac{7}{9} = \frac{16}{9}$ y la representamos gráficamente es mayor que la unidad o figura completa:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1\frac{7}{9} = \frac{16}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | + | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{9}$ |

**Ejercicio 7.** Convierte las siguientes fracciones mixtas a fracciones impropias. Y posteriormente, represéntalas en forma gráfica, recta numérica, y división tradicional (la de la casita).

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

1) $3\frac{2}{5}$ 4) $5\frac{4}{6}$ 7) $1\frac{9}{10}$

2) $1\frac{2}{9}$ 5) $7\frac{2}{3}$ 8) $2\frac{8}{13}$

3) $4\frac{2}{7}$ 6) $8\frac{3}{4}$ 9) $5\frac{3}{16}$

## FRACCIONES EQUIVALENTES

Son aquellas que se expresan de manera diferente, pero representan la misma cantidad. Para averiguar si 2 fracciones son equivalentes se efectúa la multiplicación del numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, y el resultado debe ser igual a la multiplicación del denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda; recordar lo de simplificación y MCD.

**Actividad 4.** Resuelve el siguiente problema y argumenta tu respuesta.

Dos trabajadores de una empresa cobran el mismo sueldo. Sergio es capaz de ahorrar 7/18 partes del total, mientras que su compañero Carlos ahorra 4/9 partes. ¿Qué trabajador es el más ahorrador?

**Respuesta:**

**Ejemplo.** Realiza lo que a continuación se te presenta.

**1.- ¿Son equivalentes las fracciones** $\frac{3}{4}$ y $\frac{15}{20}$?

Se efectúan las multiplicaciones indicadas y se comparan los resultados:

(3) (20) y (4) (15)

60 = 60

Por tanto, las fracciones son equivalentes

Otra manera de saber si son equivalentes es desarrollando la división tradicional (la de la casita).

$$\begin{array}{r|l} & \mathbf{0.75} \\ \hline \mathbf{4} & \mathbf{3}\,0 \\ & -28 \\ \hline & \;\;20 \\ & \;-20 \\ \hline & \;\;\;\;0 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} & \mathbf{0.75} \\ \hline \mathbf{20} & \mathbf{15}\,00 \\ & -140 \\ \hline & \;\;100 \\ & \;-100 \\ \hline & \;\;\;\;\;0 \end{array}$$

Como se podrá observar las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{15}{20}$ son equivalentes, ya que las divisiones dan el mismo resultado: **0.75.**

**Ejercicio 8.** Realiza lo que a continuación se te presenta.

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

**Indica si las siguientes fracciones son equivalentes.**

1.- $\frac{2}{5}\ y\ \frac{6}{15}$ 2.- $\frac{3}{8}\ y\ \frac{48}{17}$ 3.- $\frac{1}{6}\ y\ \frac{12}{72}$ 4.- $\frac{4}{9}\ y\ \frac{28}{72}$

5.- $\frac{18}{24}\ y\ \frac{6}{8}$

6.- $\frac{80}{6}\ y\ 6$

7.- $1\frac{3}{8}\ y\ \frac{66}{48}$

8.- $\frac{9}{7}\ y\ 1\frac{9}{35}$

9.- $\frac{7}{4}\ y\ 1\frac{28}{24}$

10.- $1\frac{1}{3}\ y\ 1\frac{9}{27}$

**Resuelve los siguientes problemas.**

1) Felipe gasta dos séptimas partes de su paga semanal en material escolar y cinco treceavas partes en ir al cine. ¿A qué actividad dedica Felipe más dinero?

2) Juan gasta en una tienda 4/5 de su paga semanal y Julio gasta 4/8. Si tiene la misma paga, ¿quién ha gastado más dinero de los dos?

3) Se reparte una bolsa de panecillos entre tres personas. Mónica recibe una cuarta parte del total; Silvia recibe dos quintas partes y Teresa el resto. ¿Quién ha recibido más panecillos de las tres?

## SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

Se suman o restan los numeradores y se escribe el denominador en común. Recordar MCM.

**Ejemplo.**

**1.- Efectúa la operación** $\frac{3}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}$ :

Se suman los numeradores, el resultado tiene como denominador 4 y la fracción resultante se simplifica.

$\frac{3}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+2+1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$Por tanto, el resultado de la operación es:$\frac{3}{2}$

**2.- Efectúa la operación**$\frac{7}{9}-\frac{5}{9}$ :

El denominador de las fracciones es el mismo, por lo tanto, se restan únicamente los numeradores y el resultado tiene el mismo denominador.

$$\frac{7}{9}-\frac{5}{9}=\frac{2}{9}$$

Por tanto, el resultado de la operación es: $\frac{2}{9}$

**3.- Efectúa la operación**$1\frac{3}{5}+\frac{4}{5}-2\frac{1}{5}$ :

Se convierten las fracciones mixtas en fracciones impropias y se efectúan las operaciones:

$$1\frac{3}{5}+\frac{4}{5}-2\frac{1}{5}=\frac{8}{5}+\frac{4}{5}-\frac{11}{5}=\frac{8+4-11}{5}=\frac{1}{5}$$

Por tanto, el resultado de la operación es: $\frac{1}{5}$

**Ejercicio 9.** Efectúa las siguientes operaciones de fracciones de igual denominador.

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

1.- $\frac{1}{3}+\frac{5}{3}$ 2.- $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$ 3.- $\frac{12}{5}+\frac{8}{5}$ 4.- $\frac{4}{9}+\frac{5}{9}+\frac{2}{9}$ 5.- $\frac{7}{6}+\frac{5}{6}+\frac{1}{6}$

6.- $1\frac{5}{9}+3\frac{1}{9}+\frac{7}{9}$ 7.- $\frac{4}{9}-\frac{1}{9}$ 8.- $\frac{11}{15}-\frac{7}{15}$ 9.- $3\frac{1}{3}-\frac{8}{3}$ 10.- $1\frac{2}{17}-\frac{14}{17}$

11.- $2\frac{7}{9}-\frac{4}{9}-\frac{7}{9}$ 12.- $1\frac{3}{4}-1\frac{1}{4}-\frac{1}{4}$ 13.- $1\frac{1}{2}+\frac{5}{2}-3\frac{1}{2}$ 14.- $1\frac{3}{5}+7\frac{4}{5}-9\frac{2}{5}$

## SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON DIFERENTE DENOMINADOR

Se busca el mínimo común múltiplo de los denominadores, también conocido como común denominador, éste se divide entre cada uno de los denominadores de las fracciones y los resultados se multiplican por su correspondiente numerador. Los números que resultan se suman o se restan para obtener el resultado final. Recordar MCM.

**Actividad 5.** Argumenta la solución del siguiente problema.

**La herencia**

Tres hermanos árabes discutían, sin lograr ponerse de acuerdo, el reparto de 35 camellos heredados de su padre, que en su testamento otorgaba al hermano mayor la mitad de los camellos, al mediano un tercio, y al menor la novena parte.

Llego entonces un sabio en su camello y se ofreció a efectuar el reparto según la última voluntad del padre. Para ello, agregó su propio camello a los 35 y adjudicó 18 camellos al hermano mayor, 12 al mediano y 4 al menor.

Al final, sobraron dos camellos, que se quedó el sabio, uno para recuperar el que había dado y otro como pago por su solución. ¿Cómo fue posible este reparto?

**Respuesta:**

**Ejemplo.** Resuelve las siguientes sumas de fracciones de diferentes denominadores.

**1.- Efectúa la operación** $\frac{3}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{6}=$

El mínimo común múltiplo de los denominadores es 6, se divide por cada uno de los denominadores y el resultado se multiplica por su respectivo numerador, posteriormente se suman los resultados de los productos.

$$\frac{3}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{6}=\frac{\left(\frac{6}{2}\right)(3)+\left(\frac{6}{3}\right)(1)+\left(\frac{6}{6}\right)(2)}{6}==\frac{(3)(3)+(2)(1)+(1)(2)}{6}$$
$$=\frac{9+2+2}{6}=\frac{13}{6}=2\frac{1}{6}$$

Por tanto, el resultado de la suma es: $\frac{13}{6}=2\frac{1}{6}$

**2.- Efectúa la operación** $\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=$

El común denominador de 2 y 5 es 10, se efectúan las operaciones y se obtiene el resultado.

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{\left(\frac{10}{2}\right)(1)-\left(\frac{10}{5}\right)(1)}{10}=\frac{(5)(1)-(2)(1)}{10}=\frac{3}{10}$$

**3.- Efectúa la operación** $3\frac{1}{6}-1\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=$

Se convierten las fracciones mixtas a fracciones impropias, enseguida se obtiene el mínimo común múltiplo de los denominadores y se realiza el procedimiento para obtener el resultado.

$$3\frac{1}{6}-1\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{19}{6}-\frac{3}{2}+\frac{1}{3}=\frac{\left(\frac{6}{6}\right)(19)-\left(\frac{6}{2}\right)(3)+\left(\frac{6}{3}\right)(1)}{6}=\frac{(1)(19)-(3)(3)+(2)(1)}{6}=\frac{19-9+2}{6}=\frac{12}{6}=2$$

**Ejercicio 10.** Resuelve las siguientes fracciones con diferentes denominadores.

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

**Efectúa las siguientes operaciones**

1.- $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ 2.- $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$ 3.- $\frac{5}{10}+\frac{3}{2}$ 4.- $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ 5.- $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$

6.- $\frac{5}{3}+\frac{4}{9}+\frac{6}{18}$ 7.- $\frac{5}{8}-\frac{1}{4}$ 8.- $\frac{5}{12}-\frac{7}{24}$ 9.- $\frac{11}{64}-\frac{5}{8}$ 10.- $\frac{4}{5}-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}$

11.- $\frac{1}{4}-\frac{1}{16}-\frac{1}{2}$ 12.- $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}-\frac{1}{10}$ 13.- $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}-\frac{3}{20}$ 14.- $3+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$ 15.- $\frac{7}{5}+\frac{8}{35}-\frac{9}{21}$

***Problemas y ejercicios de aplicación de suma de fracciones.***

**Resuelve los siguientes problemas**

**1)** Juan compró en el supermercado $\frac{1}{2}$kg de azúcar, $\frac{3}{4}$kg de harina y 1 kg de huevo, estos productos los colocó en una bolsa, ¿cuántos kilogramos pesa dicha bolsa?

**2)**Al nacer un bebé pesó $2\frac{1}{4}$kilogramos, en su primera visita al pediatra éste informó a los padres que el niño había aumentado $\frac{1}{2}$kilogramo; en su segunda visita observaron que su aumento fue de $\frac{5}{8}$de kilogramo. ¿Cuántos kilos pesó el bebé en su última visita al médico?

**3)**La fachada de una casa se va a pintar de color blanco y azul, si $\frac{5}{12}$se pintan de color blanco, ¿qué porción se pintará de color azul?

**4)**Un ciclista se encuentra en una competencia y ha recorrido$\frac{5}{9}$ de la distancia que debe cubrir para llegar a la meta, ¿qué fracción de la distancia total le falta por recorrer?

## MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Para realizar esta operación se multiplican los numeradores y los denominadores. En caso de que existan fracciones mixtas, se deben convertir a fracciones impropias y posteriormente realizar los productos.

EJEMPLO

**1.-Efectúa la operación**$\frac{2}{5} * \frac{1}{6}$

Se aplica el procedimiento descrito y se simplifica el resultado, descomponiendo el numerador y denominador de cada fracción en números primos y simplificar:

$$\frac{2}{5} * \frac{1}{6} == \frac{(2) * (1)}{(5) * (6)} = \frac{(2 * 1) * 1}{(5 * 1) * (3 * 2)} = \frac{1}{5 * 3} = \frac{1}{15}$$

Otra forma de resolverlo es multiplicando las fracciones (el numerador con numerador y denominador con denominador) y simplificar:

$\frac{2}{5} * \frac{1}{6} = \frac{2*1}{5*6} = \frac{2}{30} = \frac{2 \div 2}{30 \div 2} = \frac{1}{15}$Por tanto, el resultado es$\frac{1}{15}$

**2.-¿Cuál es el resultado de**$3\frac{2}{4} * 4\frac{3}{6}$?

Se convierten las fracciones mixtas a impropias y se efectúa el producto, descomponiendo el numerador y denominador de cada fracción en números primos y simplificar:

$$3\frac{2}{4} * 4\frac{3}{6} = \frac{14}{4} * \frac{27}{6} = \frac{2*7}{2*2} * \frac{3*3*3}{3*2} = \frac{7}{2} * \frac{3*3}{2} = \frac{7*9}{2*2} = \frac{63}{4} = 15\frac{3}{4}$$

Otra forma de resolverlo es multiplicando las fracciones el numerador con numerador y denominador con denominador) y simplificar:

$3\frac{2}{4} * 4\frac{3}{6} = \frac{14}{4} * \frac{27}{6} = \frac{378}{24} = \frac{378 \div 6}{24 \div 6} = \frac{63}{4} = 15\frac{3}{4}$Por tanto, el resultado es $15\frac{3}{4}$

**Ejercicio 11.** Resuelve las siguientes multiplicaciones de fracciones.

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

1.- $\frac{2}{5} * \frac{10}{8}$ 2.- $\frac{5}{4} * \frac{2}{7}$ 3.-$\frac{3}{6} * \frac{2}{9}$ 4.-$\frac{3}{4} * \frac{6}{2}$ 5.-$\frac{3}{4} * 2\frac{3}{5}$

6.- $3\frac{2}{5} * \frac{2}{4}$ 7.-$\frac{6}{3} * 2\frac{1}{2}$ 8.-$\frac{2}{3} * \frac{3}{4} * \frac{5}{6}$ 9.-$\frac{1}{5} * \frac{9}{4} * \frac{12}{6}$ 10.-$\frac{2}{3} * \frac{5}{7} * \frac{3}{4}$

11.-$\frac{3}{4} * \frac{5}{3} * \frac{4}{5}$ 12.-$\frac{7}{9} * \frac{8}{5} * \frac{3}{14} * 15$ 13.- $\frac{2}{9} * \frac{7}{5} * \frac{3}{14} * 5$

***Problemas y ejercicios de aplicación de la multiplicación de fracciones***

**Resuelve los siguientes problemas**

**1.-** Una alberca tiene capacidad para 3 000 litros de agua, si sólo se encuentra a tres cuartas partes de su capacidad, ¿cuántos litros tiene?

**2.-** El costo de un kilogramo de azúcar es de $8, ¿cuál es el precio de $3\frac{3}{4}$ kg?

**3.-** En un grupo de 60 alumnos, las dos terceras partes se inclinan por la física, de éstos, la mitad quieren ser físicos nucleares y la cuarta parte de ellos desea realizar una maestría en el extranjero. ¿Cuántos alumnos desean estudiar su maestría en otro país?

## DIVISIÓN DE FRACCIONES

Para desarrollar la división de fracciones se realizan los siguientes pasos correspondientes a la **ley de los medios y extremos** o **producto cruzado** o más conocida como la **ley de sándwich**:

- ✓ Se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción, el producto es el numerador de la fracción resultante.
- ✓ Se multiplica el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción, el producto es el denominador de la fracción resultante.

Para realizar esta operación:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a*d}{b*c} \quad \text{"}ley\ de\ medio\ y\ extremo\text{"} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a*d}{b*c} \quad \text{"}producto\ cruzado\text{"}$$

**Ejemplo.**

**1.- Realiza** $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} =$

Para realizar la división se aplica la ley de los medios y extremos y se simplifica el resultado:

*Por producto cruzado:* $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2*5}{3*4} = \frac{2*5}{3*2*2} = \frac{5}{3*2} = \frac{5}{6}$

*Por la ley de medio y extremo:* $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{2*5}{3*4} = \frac{2*5}{3*2*2} = \frac{5}{3*2} = \frac{5}{6}$

Por lo tanto $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{5}{6}$.

**2.- Realiza** $4\frac{2}{5} \div 2\frac{3}{4} =$

Primero se convierten las fracciones mixtas en impropias y después se realiza la división aplicando la ley de los medios y extremos y se simplifica el resultado: $4\frac{2}{5} \div 2\frac{3}{4} = \frac{22}{4} \div \frac{11}{4}$

**Por ley del sándwich o producto cruzado:**

$$4\frac{2}{5} \div 2\frac{3}{4} = \frac{22}{5} \div \frac{11}{4} = \frac{\frac{22}{5}}{\frac{11}{4}} = \frac{22*4}{11*5} = \frac{(11*2)*(2*2)}{11*5} = \frac{2*2*2}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

Por lo tanto $4\frac{2}{5} \div 2\frac{3}{4} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$.

**Ejercicio 12.** Realiza las siguientes divisiones de fracciones.

1.- $\frac{1}{6} \div \frac{2}{3}$

2.- $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$

3.- $\frac{6}{8} \div \frac{1}{4}$

4.- $\frac{5}{12} \div \frac{5}{6}$

5.- $\frac{7}{8} \div \frac{21}{16}$

6.- $\frac{4}{3} \div \frac{5}{30}$

7.- $\frac{28}{7} \div \frac{4}{5}$

8.- $\frac{4}{6} \div 1\frac{2}{3}$

9.- $2\frac{2}{3} \div \frac{4}{15}$

10.- $\frac{4}{9} \div 8$

11.- $1\frac{11}{13} \div 8$

***Problemas y ejercicios de aplicación de la división de fracciones***

**Resuelve los siguientes problemas**

1. El peso aproximado de una pizza familiar es de un kilogramo y si la pizza se divide en 8 porciones iguales, ¿cuánto pesa cada rebanada?

2. ¿Cuántas botellas de tres cuartos de litro se llenan con 60 litros de agua?

3. Una familia de 6 integrantes consume diariamente $1\frac{1}{2}$ litros de leche, si todos ingieren la misma cantidad, ¿cuánto toma cada uno?

## OPERACIONES CON SIGNOS DE AGRUPACIÓN

Se realizan las operaciones que se encuentran dentro de un signo de agrupación, posteriormente éstos se suprimen, como se muestra en los siguientes ejemplos.

**Ejemplo**

**1.- Efectúa** $2\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)+3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

Se efectúan las operaciones que encierran los paréntesis, los resultados se multiplican por las cantidades de fuera y se simplifican para sumarse después y obtener el resultado final.

$$2\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)+3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=2\left(\frac{5-2}{4}\right)+3\left(\frac{3-2}{6}\right)$$

$$=\ 2\left(\frac{3}{4}\right)+3\left(\frac{1}{6}\right)=\frac{6}{4}+\frac{3}{6}$$

$$=\ \frac{6}{4}+\frac{3}{6}=\frac{3*2}{2*2}+\frac{3*1}{3*2}=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Por lo tanto, el resultado de la operación es: $2\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)+3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=2$

**Ejercicio 13.** Efectúa las siguientes operaciones con signos de agrupación.

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

1.- $\frac{3}{8}(4-2)+\frac{5}{16}(8-4)$

2.- $\left(1-\frac{3}{4}\right)\left(3-\frac{1}{2}\right)$

3.- $\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)\left(1-\frac{2}{5}\right)$

4.- $\left(1\frac{1}{9}\right)\div\left(4-2\frac{1}{3}\right)$

5.- $\left(1-\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right)$

***Problemas y ejercicios de aplicación con signos de agrupación***

**Resuelve los siguientes problemas.**

**1.-** Se sabe que cuando un fluido se congela aumenta $\frac{1}{12}$del volumen que ocupaba en su estado líquido, si una botella de agua tiene un volumen de 3 600 mililitros en su estado líquido, ¿cuál será el volumen del mismo fluido en estado sólido?

**2.-** En una bodega hay 4 cajas de 20 bolsas de $\frac{1}{2}$kilogramo de detergente, 6 cajas con 15 bolsas de $\frac{3}{4}$de kilogramo y 3 cajas con 10 bolsas de un kilogramo. ¿Cuántos kilogramos de detergente hay en la bodega?

## RADICACION

Operación que permite hallar un valor que multiplicado tantas veces como lo indica el índice, dé el valor que se encuentra dentro del radical, el cual recibe el nombre de radicando. Para lo anterior se define:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, donde\ \boldsymbol{a}\ es\ la\ base, \boldsymbol{m}\ el\ exponente\ y\ \boldsymbol{n}\ el\ índice.$$

**Ejemplo**

**1.- Verifica que cumpla la igualdad** $\sqrt[3]{8^2} = 8^{\frac{2}{3}}$

Se descomponen ambas bases en factores primos y se aplica el teorema correspondiente de exponentes y la definición:

$$\sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{((2)^3)^2} = \sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^{6-3} ademas: 8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$$

Se observa que los 2 resultados son iguales, entonces se demuestra que $\sqrt[3]{8^2} = 8^{\frac{2}{3}} = 4$

**NOTA:** *Las raíces pares de números negativos no pertenecen al conjunto de los números reales ya que son cantidades imaginarias, las raíces impares de números negativos son negativas.*

**Ejemplo.** Resuelve el siguiente problema y argumenta tu respuesta.

Un padre tiene dos hijos: la suma de los cuadrados de sus edades es 185, y el cuadrado de la edad del hijo menor es 64. ¿Cuántos años tiene el hijo mayor?

**Respuesta:**

**Ejemplo. Resuelve los siguientes ejercicios de radicales.**

**1.- Aplica la definición de radicación y calcula** $\sqrt[4]{625}$

Se descompone la base en factores primos y se aplica la definición para obtener el resultado final.

$$\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5^{\frac{4}{4}} = 5^{4-4} = 5^1 = 5$$

**2.- Encuentra la raíz quinta de −1 024.**

Se descompone −1 024 en sus factores primos y se aplica la definición:

$\sqrt[5]{-1024} = -\sqrt[5]{1024} = -\sqrt[5]{2^{10}} = -2^{\frac{10}{5}} = -2^2 = -4$El resultado es -4

Para simplificar un radical, el exponente de la base debe ser mayor que el índice del radical, procedimiento que consiste en expresar un radical en su forma más simple.

**Ejemplo.**

1 Simplifica $\sqrt{8}$.

**Solución**

Se descompone el radicando en factores primos.

$$\sqrt{8} = \sqrt{2^3}$$

$2^3$ se expresa como $2^2 \cdot 2$ y se aplica el teorema correspondiente de radicales.

$$\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Por consiguiente, la simplificación de $\sqrt{8}$ es $2\sqrt{2}$

**2** Simplifica $\sqrt{45}$.

**Solución**

Se descompone el radicando en factores primos y se procede a aplicar los teoremas.

$$\sqrt{45} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

Por tanto, $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

**3** Simplifica $\sqrt[3]{72}$.

**Solución**

Se descompone la base en factores primos y se simplifica la expresión.

$$\sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^2} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3^2} = 2\sqrt[3]{9}$$

El resultado es $2\sqrt[3]{9}$

**Teoremas**

Los teoremas de los exponentes también se aplican a radicales, ya que se expresan como exponentes fraccionarios.

**1)** $\sqrt[n]{\boldsymbol{a * b * c}} = (\boldsymbol{a * b * c})^{\frac{1}{n}} = \boldsymbol{a}^{\frac{1}{n}} * \boldsymbol{b}^{\frac{1}{n}} * \boldsymbol{c}^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\boldsymbol{a}} * \sqrt[n]{\boldsymbol{b}} * \sqrt[n]{\boldsymbol{c}}$

**2)** $\sqrt[n]{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}} = \left(\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{\boldsymbol{a}^{\frac{1}{n}}}{\boldsymbol{b}^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{\boldsymbol{a}}}{\sqrt[n]{\boldsymbol{b}}}$

**3)** $\sqrt[n]{\sqrt[m]{\boldsymbol{a}}} = (\sqrt[m]{\boldsymbol{a}})^{\frac{1}{n}} = \left(\boldsymbol{a}^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = \boldsymbol{a}^{\frac{1}{n*m}} = \sqrt[n*m]{\boldsymbol{a}}$

**Ejemplos**

1 Aplica los teoremas de los exponentes y obtén el resultado de $\sqrt[3]{216}$.

**Solución**

Se descompone 216 en sus factores primos, se aplica el teorema correspondiente y la definición para obtener el resultado.

$$\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = 2^{\frac{3}{3}} \cdot 3^{\frac{3}{3}} = 2 \cdot 3 = 6$$

Por tanto, $\sqrt[3]{216} = 6$

**Ejercicio 14.** Aplica las definiciones y los teoremas de los exponentes y efectúa los siguientes ejercicios.

**Competencias a desarrollar:**

**Competencias disciplinares:**

2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

**Competencias genéricas:**

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

_ Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

1.- $\sqrt{49}$ 2.-$\sqrt[4]{81}$

3.-$\sqrt[5]{-243}$ 4.-$\sqrt[3]{-512}$

**Simplifica las siguientes expresiones**.

5.-$\sqrt{2^2 * 3^2}$ 6.-$\sqrt{5^2 * 3^2}$ 7.-$\sqrt{5^2 * 6^2 * 3^4}$

8.-$\sqrt[3]{2^6 * 3^9}$ 9.-$\sqrt[5]{2^{10} * 5^{10}}$10.-$\frac{11^7 * \sqrt{6}}{11^5 * 6^{\frac{3}{2}}}$

11.- $\sqrt{\frac{6^2}{3^2}}$ 12.- $\sqrt{\frac{2^2}{5^{-2}}}$ 13.- $\left(\sqrt{5} * \sqrt[4]{25}\right)^2$

14. $\sqrt[3]{\sqrt{9^3}}$ 15. $\sqrt{\frac{3^{-1}+6^{-1}}{8^{-1}}}$

**Aplicaciones de los radicales (argumenta tu respuesta, en cada ejercicio).**

1) Un cuadrado ocupa una superficie de 731 025 metros cuadrados. Determinar cuánto mide cada uno de sus lados.

2) Al sumar el área que ocupan las caras de un cubo se obtiene un resultado de 726 metros cuadrados. ¿Cuál es el valor de la arista de dicho cubo?

3) Para reforestar un bosque se plantan 172 225 semillas en una superficie cuadrada. Si se plantan en filas. ¿Cuántas semillas habrá en cada una de ellas?

# Anexo:

## 1) Prueba diagnóstica

## 2) Rubrica del mapa conceptual

## 3) Lista de cotejo del cuaderno de trabajo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL CARMEN

ESCUELA PREPARATORIA DIURNA “CAMPUS II”

ACADEMIA DE MATEMÁTICAS

EXAMEN DIAGNOSTICO 2014

NOMBRE: ____________________________________________________________

GRUPO: _______ FECHA: _____________ ESCUELA DE PROCEDENCIA: ______________

**INSTRUCCIÓN GENERAL:** RESUELVE, EVIDENCIANDO EL PROCEDIMIENTO QUE CONDUCE A LA SOLUCIÓN DE CADA EJERCICIO QUE SE TE PRESENTA (SIN CALCULADORA).

1) Efectúa la siguiente operación: $\mathbf{-853 + 45 + 73 + 183 + 2 - 166 =}$

2) Realiza: $\mathbf{[(-8 + 6) - (-3 - 2)] + [4 - (2 - 1)] =}$

3) Resuelve la siguiente multiplicación: $\mathbf{(4)(-7)(2)(-1)(-5)(-6) =}$

4) El resultado de la división **1 216 ÷ 35** es:

5) Aplicando la jerarquía de operaciones a $\mathbf{2^3 + 10 \div 2 + 5 \times 3 + 4 - 5 \times 2 - 8 + 4 \times 2^2 - 16 \div 4}$ se obtiene.

6) Efectúa la siguiente operación de fracciones empleando el MCM: $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}-\frac{1}{10}$.

7) Realizando $\frac{3}{4}\times\frac{6}{2}$, nos da.

8) El resultado de esta división de fracciones $\frac{5}{12}\div\frac{5}{6}$, es:

9) ¿Cuál es el resultado de $\sqrt{\mathbf{20}} + \sqrt{\mathbf{45}} - \sqrt{\mathbf{80}}$ ?

10) El costo de un kilogramo de azúcar es de $ 16, ¿Cuál es el precio de $3\frac{3}{4}\ kg$.

| RUBRICA | | | |
|---|---|---|---|
| **MAPA CONCEPTUAL** | | | |
| **Nombre de los Alumnos(as):** | | | |
| **Grupo:** | | **Unidad de Aprendizaje:** | |

| CRITERIOS DE EVALUACIÓN | MUY BIEN | MEJORABLE | SIN REALIZAR |
|---|---|---|---|
| | Contiene el tema central y todas las ideas primarias y secundarias relevantes | Contiene el tema central y la mayoría de las ideas primarias y secundarias relevantes | Faltan ideas primarias y secundarias. |
| ESQUEMA | Representa los conceptos principales a través de un esquema, utiliza palabras claves y las encierra en óvalos o rectángulos | Representa en un 50% los conceptos principales a través de un esquema y únicamente utiliza el 50% de palabras claves, y los muestra con óvalos o rectángulos | El esquema no tiene relación con el tema solicitado |
| ORGANIZACIÓN | El mapa conceptual se encuentra presentado de manera original, ordenado de manera jerárquica, lógica y secuencial | El mapa conceptual se encuentra presentado de manera lógica, la información no está ordenada de manera jerárquica, lógica y secuencial | El mapa conceptual no tiene relación con el tema |
| CONEXIÓN DE CONCEPTOS | Clasificación de conceptos presentados de manera lógica, estos se encuentran relacionados unos con otros a través de palabras | Clasificación de conceptos presentados de manera lógica, estos se encuentran medianamente relacionados a través de palabras claves y/o conectores. Lo que | No existe lógica entre los conceptos a través de conectores |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | claves y /o conectores, de tal manera que resulta fácil su comprensión | dificulta su comprensión | |
| PRESENTACIÓN | El mapa conceptual se encuentra impecablemente presentado, no incluye faltas ortográficas | El mapa conceptual se encuentra medianamente presentado y presenta algunas faltas ortográficas | El mapa conceptual se encuentra mal presentado, con muchas faltas ortográficas |

| | |
|---|---|
| **Observaciones** | |
| **Evaluó** | **Fecha** |
| **Nombre y firma** | |

<table>
<tr><th colspan="4">LISTA DE COTEJO</th></tr>
<tr><td colspan="4">Ejercicios realizados<br>(Cuaderno de trabajo)</td></tr>
<tr><td>Nombre de los Alumnos(as):</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Grupo:</td><td></td><td>Unidad de Aprendizaje:</td><td>Propedéutico</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Características</th><th colspan="2">Cumple</th></tr>
<tr><th>Si</th><th>No</th></tr>
<tr><td rowspan="2">PRESENTACION</td><td>Entrega el manual o cuaderno de trabajo limpio y ordenado</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Entrega puntual, en la hora y fecha acordada</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="6">CONTENIDO</td><td>¿Letras, números y símbolos son legibles?</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Aplica el método de solución de acuerdo al tema.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>En el desarrollo se indica y hace evidente la realización de todos los pasos que incluye el ejercicio.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Contiene los ejercicios de la evaluación diagnóstica.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Contiene el total de ejercicios marcados</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Encuentra el resultado correcto en el 80% de los ejercicios</td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Observaciones</th><td colspan="2"></td></tr>
<tr><th colspan="2">Evaluó</th><th>Fecha</th></tr>
<tr><td colspan="2">Nombre y firma</td><td></td></tr>
</table>

## Bibliografía.

Aguilar A., Bravo F., Gallegos H., Cerón M., Reyes R. (2009). Matemáticas Simplificadas CONAMAT. México:Prentice Hall Segunda Edición.

Baldor, A (1983). Aritmética Teórico Práctico. Barcelona: Publicaciones Cultural. (2008). Aritmética Manual de preparación pre-universitaria (en línea). Lima Perú: Lexus Editores S.A Primera

Edición. Disponible en: http://www.freelibros.org/matematicas/aritmetica-preuniversitaria-lexus.html

Curso de matemáticas básica: Aritmética. (en línea) Disponible en: http://www.matelandia.org/matematicabasica1.pdf (2013, 11 de Junio)